معهد "إبسوس" للبسيخومتري
وتطوير التفكير

كراسة
أسس جبرية

تأليف وإنتاج:
طاقم البحث والتّطوير في معهد إبسوس.

V 1.1

أعزّاءنا الطّلاّب...

لقد تمّ تحضير هذا الملفّ لكلّ واحدٍ وواحدة منكم، لنقوم سويّة بمراجعة الأسس الجبريّة الّتي قُمنا بتعلُّمها خلال تعليمنا في المدرسة.

مشكلتنا تكمُن في أنّنا في حياتنا المدرسيّة اعتدنا استعمال الآلة الحاسبة لإجراء الحسابات المختلفة، حتّى البسيطة منها، ممّا يجعلنا نفقد، مع مرور الزّمن، المهارات الأساسيّة الّتي اكتسبناها خلال سنوات تعليمنا الابتدائيّة والإعداديّة، وفي هذه الحالة سيكون من الصّعب علينا التّعامُل مع المواضيع المدرجة في مجال التّفكير الكمّيّ في امتحان البسيخومتريّ، والّتي سنقوم بتعلُّمها في الدّورة.

لذلك، وكي تتفادوا الوصول لهذا الوضع، عليكم بإجراء مراجعة سريعة لهذه المهارات، وذلك بواسطة قراءة هذا الملفّ مع جميع الشّروحات والأمثلة فيه، حلّ الأسئلة المختلفة المرفقة، والاطّلاع على حلولها المفصّلة جميعًا.

من المهمّ أن تكونوا واعين إلى أنّنا بصدد بناء قدراتنا الحسابيّة والبسيخومتريّة بشكل عامّ بشكل هرميّ، أي أنّ ما سنقوم بمراجعته وطرحه في هذا الفصل، سيساعدكم على التّعامل مع المواضيع القادمة، وعدم السّيطرة التّامّة عليه من شأنه أن يُصعّب عليكم لاحقًا. لذلك، وبغضّ النّظر عن إنجازاتكم المدرسيّة، ننصح كلّ واحد وواحدة منكم بمراجعة هذه النّقاط، وعدم الاستخفاف بها بتاتًا. وتذكّروا دائمًا أنّ مشكلة بسيطة في الأساس، قد تؤدّي إلى فقدانكم الكثير من العلامات في الامتحان.

تأكّدوا من فَهمكم التّامّ لجميع النّقاط المشروحة، ولجميع الأسس قبل التّوجّه إلى المواضيع اللاحقة.

يتناول هذا الفصل المواضيع التّالية:

- تعريفات أساسيّة في الأعداد.
- العمليات الحسابيّة الأربع وكيفيّة تنفيذها.
- القوى والجذور.
- ترتيب تنفيذ العمليّات الحسابيّة المختلفة.
- القيمة المطلقة.
- المعادلات الذّهبيّة.

لقد تمّ بناء الشّرح في كلّ واحد من الأقسام المختلفة ابتداءً من المستوى الأساسيّ، وذلك كي نكون متأكّدين من أنّكم تحيطون بجميع النّقاط الواجب أن تكونوا متمكّنين منها... هنا وهناك قد تسترجعون ذكريات من أيّام الطّفولة... ومَن منّا لا يحبّ استرجاعها بين الفينة والأخرى ؟ ....

لننطلق...

تعريفات أساسية في الأعداد - الشرح

إنّ الأعداد الّتي نتعامل معها يوميًّا، على جميع أنواعها وفئاتها، موجودة على ما يُدعى بـِ"محور الأعداد". كي نستطيع فَهم المواضيع الحسابيّة المختلفة، علينا التّعرّف على أربعة مصطلحات: الأعداد الموجبة، الأعداد السّالبة، الأعداد الصّحيحة، والكسور.

مبدئيًّا، محور الأعداد مقسوم لقسمين متساويَين، والحدّ الفاصل بينهما هو العدد 0. وهو يفصل بين ما يُدعى بالأعداد الموجبة والأعداد السّالبة.

❶ الأعداد الموجبة

هي جميع الأعداد، بغضّ النّظر عمّا إذا كانت أعدادًا صحيحة أو كسورًا، الواقعة على يمين الصّفر على محور الأعداد.

أمثلة: $13\ ,\ 21\ ,\ \frac{102}{23}\ ,\ \frac{14}{3}\ ,\ 1026\ ,\ \ldots$

❷ الأعداد السّالبة

هي جميع الأعداد، بغضّ النّظر عمّا إذا كانت أعدادًا صحيحة أو كسورًا، الواقعة على يسار الصّفر على محور الأعداد. عند كتابة عدد سالب، تتمّ إضافة الإشارة $(-)$ لتمييزه عن العدد الموجب.

أمثلة: $-42\ ,\ -101\frac{1}{2}\ ,\ -13\ ,\ -\frac{14}{3}\ ,\ -2895\ ,\ \ldots$

دائمًا تذكّر –

√ **الصّفر هو عدد صحيح، ليس موجبًا وليس سالبًا!**

الأعداد الصّحيحة

هي الأعداد الّتي تحوي وحدات صحيحة فقط، بكلمات أخرى، هي أعداد بُعدها عن الصّفر عبارة عن وحدات صحيحة كاملة. قد تكون الأعداد الصّحيحة إمّا موجبة أو سالبة.

أمثلة: $3 \ , \ (-4) \ , \ 119 \ , \ (-1,218) \ , \ \ldots$

الأعداد الطّبيعيّة: هي الأعداد **الصّحيحة والموجبة** (أي أنّ الأعداد الطّبيعيّة هي حالة خاصّة من الأعداد الصّحيحة).

الكسور

هي الأعداد الّتي لا تحوي وحدات صحيحة، أي أنّ بعدها عن الصّفر لا يمكن تمثيله بعدد صحيح.

الكسور مؤلّفة من بسط، مقام، وخطّ الكسر على النّحو التّالي ← $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$ ← خط الكسر العلاقة ما بين البسط والمقام

خلقَت نوعين من الكسور:

أنواع الكسور المختلفة

① الكسور الحقيقيّة.
② الكسور غير الحقيقيّة.

الكسور الحقيقيّة

هي الكسور الّتي تكون فيها قيمة البسط (بالقيمة المطلقة) أصغر من قيمة المقام (بالقيمة المطلقة). يمكن أن تكون الكسور هنا إمّا موجبة أو سالبة. بكلمات أخرى، تكون قيمتها أكبر من وأصغر من في حالة كانت موجبة، وأكبر من وأصغر من في حالة كانت سالبة.

أمثلة: $\frac{3}{1,000,000} \ , \ \left(-\frac{1}{2}\right) \ , \ \frac{10}{13}, \ \left(-\frac{2}{5}\right) \ , \ \ldots$

الكسور غير الحقيقيّة

هي الكسور الّتي تكون فيها قيمة البسط (بالقيمة المطلقة) أكبر من قيمة المقام (بالقيمة المطلقة). أيضًا هنا، يمكن أن تكون الكسور إمّا موجبة أو سالبة. بكلمات أخرى، تكون قيمتها أكبر من 1 في حالة كانت موجبة، وأصغر من (-1) في حالة كانت سالبة.

أمثلة: $\left(-\frac{3}{2}\right)\ ,\ \frac{7}{4}\ ,\ \frac{23}{15}\ ,\ \left(-\frac{72}{5}\right)\ ,\ \dots$

الكسور المختلطة: هي طريقة أخرى لكتابة الكسور غير الحقيقيّة، وهي كسور تحوي عددًا صحيحًا وكسرًا حقيقيًّا. كون قيمتها تكون دائمًا أكبر من 1 ، أو أصغر من (1-) يجعلنا نعتبرها كسورًا خياليّة.

أمثلة: $2\frac{1}{2}\ ,\ \left(-3\frac{2}{5}\right)\ ,\ 16\frac{3}{7}\ ,\ \left(-23\frac{1}{4}\right)\ ,\ \dots$

يمكن تحويل الكسر المختلط لصيغة الكسر غير الحقيقيّ البسيطة، وذلك بواسطة ضَرب العدد الصّحيح في الكسر المختلط بمقام الكسر الحقيقيّ فيه، إضافة بسط الكسر الحقيقيّ، ومن ثمّ القسمة على المقام.

أمثلة:

$$2\frac{3}{5} \rightarrow 2\times5+3=13 \rightarrow 2\frac{3}{5}=\frac{13}{15}$$

$$4\frac{1}{2} \rightarrow 4\times2+1=9 \rightarrow 4\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$$

$$7\frac{1}{3} \rightarrow 7\times3+1=22 \rightarrow 7\frac{1}{3}=\frac{22}{3}$$

دائمًا تذكّر –

√ تأثير البسط والمقام على قيمة الكسر:

1. **عندما يكبُر البسط ← يكبُر الكسر.**
2. **عندما يصغُر البسط ← يصغُر الكسر.**
3. **عندما يكبُر المقام ← يصغُر الكسر.**
4. **عندما يصغُر المقام ← يكبُر الكسر.**

توسيع واختزال الكسور الحقيقيّة / غير الحقيقيّة

توسيع الكسر

يتمّ توسيع الكسر بواسطة ضَرب البسط والمقام بنفس العدد (أيّ عدد كان)، **نتيجة لتوسيع الكسر قيمته لا تتغيّر** (لأنّنا عمليًّا ضربنا الكسر بكسر آخر فيه البسط والمقام متساويان $\left(\frac{x}{x}=1\right)$، أي أنّنا ضربنا الكسر بـِ 1).

مثال

$$\frac{1}{7} \rightarrow \frac{1\times 4}{7\times 4} \rightarrow \frac{4}{28} \rightarrow \boxed{\frac{1}{7}=\frac{4}{28}}$$

دائمًا تذكّر –

- √ **ضرب البسط لوحده بعدد موجب يُكبِّر الكسر كمقدار العدد.**
- √ **ضرب المقام بوحده بعدد موجب يُصغِّر الكسر كمقدار العدد.**

اختزال الكسر

يتمّ من خلال قسمة البسط والمقام على نفس العدد (أيّ عدد كان). أيضًا هنا، نتيجة لاختزال الكسر قيمته لا تتغيّر، كوننا قسمناه على 1.

مثال

$$\frac{5}{20} \rightarrow \frac{5\div 5}{20\div 5} \rightarrow \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{\frac{5}{20}=\frac{1}{4}}$$

الكسور العشريّة

هي طريقة أخرى لكتابة الكسور في حالة كان مقامها عبارة عن 10 , 100 , 1000 , 10,000 ... حيث أنّ طريقة كتابتها لا تكون بواسطة بسط، مقام، وخطّ الكسر، وإنّما بواسطة استخدام ما يُدعى "بالفاصلة العشريّة".

عدد المنازل الموجودة على يمين الفاصلة العشريّة يمثّل عدد الأصفار الموجودة على يمين الـ 1 في المقام (في حالة أردنا تحويل الكسر إلى الصّيغة التّقليديّة المتّبعة لكتابة الكسور).

من الممكن أن تكون قيمة الكسور العشريّة أصغر من 1، أو أكبر من 1، ذلك يعتمد على كونها تحوي / لا تحوي أعدادًا على يسار الفاصلة. كذلك الأمر، من الممكن، في السّالب، أن تكون قيمتها أكبر من (-1)، أو أصغر من (-1).

أمثلة: $\frac{3}{10}=0.3$, $\left(-\frac{17}{100}\right)=(-0.17)$, $\frac{249}{100}=2.49$, $\left(-\frac{13768}{1000}\right)=(-13.768)$, ...

بالطّبع، يمكننا الدّمج بين الفئات المختلفة (الأعداد الموجبة والسّالبة، والأعداد الصّحيحة والكسور)، وبالتّالي، الإمكانيّات المختلفة النّاتجة هي: عدد صحيح موجب، عدد صحيح سالب، كسر موجب، وكسر سالب.

مقارنة بين كسور

أحيانًا، نضطرّ لإجراء مقارنة بين قيم كسور مختلفة، للقيام بذلك تذكّروا ما يلي:

دائمًا تذكّر –

- √ **إذا كان لكسرَين موجبَين نفس المقام، الكسر ذو البسط الأكبر يكون الأكبر قيمةً.**
- √ **إذا كان لكسرَين موجبَين نفس البسط، الكسر ذو المقام الأصغر يكون الأكبر قيمةً.**
- √ **إذا كان لكسرَين موجبَين بسوط ومقامات مختلفة، نقوم بإجراء عمليّة "ضَرب تبادليّ"، ومن ثمّ المقارنة.**

مثال

أيّهما أكبر: $\frac{11}{15}$ أم $\frac{9}{15}$ ؟

الحلّ

للكسرَين المعطيَين هنالك نفس المقام (15)، ولذلك الكسر صاحب البسط الأكبر يكون الأكبر قيمةً $\leftarrow$ $\frac{11}{15} < \frac{9}{15}$

مثال

أيّهما أكبر: $\frac{15}{11}$ أم $\frac{15}{9}$؟

الحلّ

للكسرَين المعطيَين هنالك نفس البسط (15)، ولذلك الكسر صاحب المقام الأصغر يكون الأكبر قيمةً

$\leftarrow$ $\frac{15}{11} > \frac{15}{9}$.

مثال

أيّهما أكبر: $\frac{2}{3}$ أم $\frac{4}{5}$؟

الحلّ

للكسرَين المعطيَين بسوط مختلفة ومقامات مختلفة. هنالك إمكانيّتان لنستطيع تحديد أيّهما أكبر.

إمكانيّة 1 – توحيد المقامات بواسطة توسيع الكسرَين:

نقوم بتوسيع كلّ واحد من الكسرَين بحيث نحصل في النّهاية على نفس المقام في كليهما. مثلاً، نوسّع الكسر $\frac{2}{3}$ بواسطة ضَرب بسطه ومقامه بـِ 5 ، ونوسّع الكسر $\frac{4}{5}$ بواسطة ضَربِ بسطه مقامه بـِ 3، فنحصل على:

$$\frac{2}{3} \rightarrow \frac{2\times 5}{3\times 5} \rightarrow \frac{10}{15} \rightarrow \boxed{\frac{2}{3}=\frac{10}{15}}$$

$$\frac{4}{5} \rightarrow \frac{4\times 3}{5\times 3} \rightarrow \frac{12}{15} \rightarrow \boxed{\frac{4}{5}=\frac{12}{15}}$$

حصلنا على كسرَين لهما نفس المقام (15)، لذلك الكسر صاحب البسط الأكبر يكون الأكبر قيمةً

$\leftarrow$ $\frac{10}{15} < \frac{12}{15}$ $\leftarrow$ $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$.

إمكانيّة 2 – "الضّرب التّبادليّ":

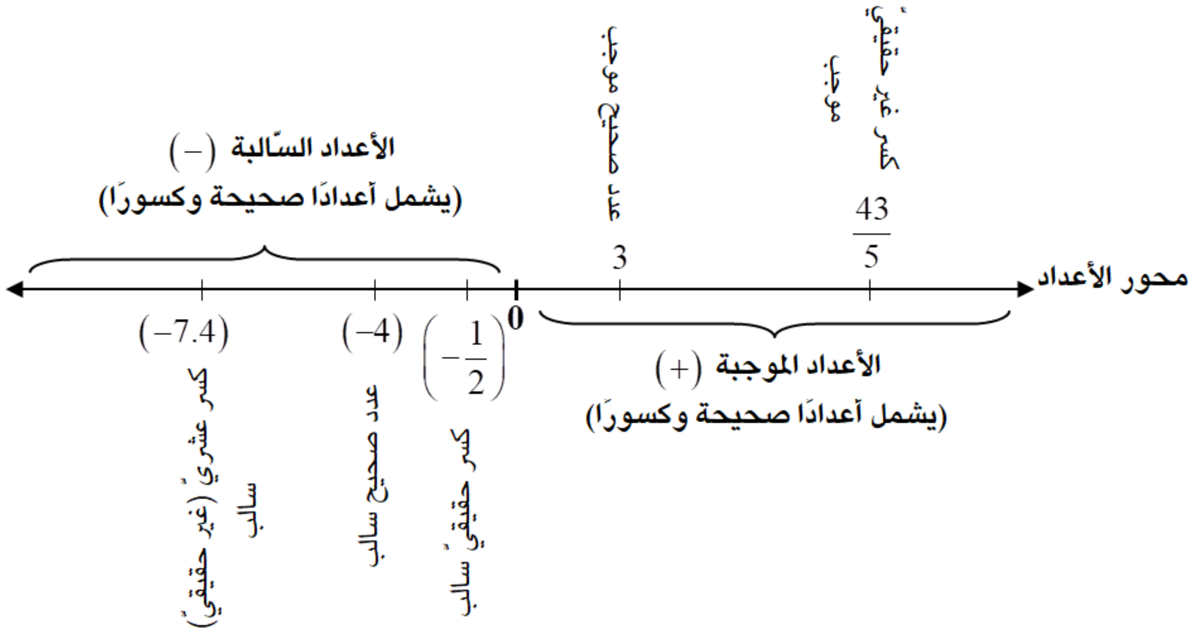
نقوم بإجراء ضرب تبادليّ بين الكسرَين، بحيث نضرب بسط الكسر الأوّل بمقام الكسر الثّاني، ونضرب بسط الكسر الثّاني بمقام الكسر الأوّل:

$$\frac{4}{5} \quad \frac{2}{3}$$

$$4\cdot 3 = 12 \qquad 2\cdot 5 = 10$$

$12>10$ لذلك $\frac{4}{5}>\frac{2}{3}$.

نلخّص بواسطة الرّسم التّالي ما تمّ شرحه:



إليكم الآن بضعة أسئلة للتّمرُّن فيما يتعلّق بتحويل الكسور المختلطة للصّيغة الكتابيّة البسيطة، توسيع واختزال الكسور، ومقارنة كسور...

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

تعريفات أساسية في الأعداد - الأسئلة

الكسور

① حوّل كلاً من الكسور المختلطة التّالية إلى صيغتها البسيطة

1. $3\frac{1}{4} =$

2. $16\frac{2}{3} =$

3. $8\frac{4}{7} =$

4. $21\frac{1}{2} =$

5. $52\frac{1}{3} =$

6. $17\frac{2}{5} =$

7. $20\frac{1}{4} =$

8. $13\frac{3}{4} =$

9. $9\frac{4}{7} =$

10. $12\frac{3}{5} =$

② وسّع كلاًّ من الكسور التّالية

1. $\frac{4}{5} =$

2. $\frac{13}{16} =$

3. $\frac{1}{4} =$

4. $\frac{6}{7} =$

5. $\frac{11}{12} =$

6. $\frac{7}{9} =$

7. $\frac{2}{3} =$

8. $\frac{5}{16} =$

9. $\frac{11}{12} =$

10. $\frac{13}{25} =$

③ اختزل كلاً من الكسور التّالية

1. $\frac{220}{225} =$

2. $\frac{312}{620} =$

3. $\frac{23}{46} =$

4. $\frac{18}{27} =$

5. $\frac{40}{48} =$

6. $\frac{32}{128} =$

7. $\frac{28}{64} =$

8. $\frac{126}{144} =$

9. $\frac{1000}{125} =$

10. $\frac{144}{84} =$

④ حدّد الإشارة (أكبر / أصغر / يساوي) لتقرّر العلاقة بين الكسرَين

1. $\frac{13}{25} \bigcirc \frac{17}{25}$

2. $\frac{527}{1024} \bigcirc \frac{526}{1024}$

3. $\frac{97}{43} \bigcirc \frac{97}{15}$

4. $\frac{356}{83} \bigcirc \frac{356}{103}$

5. $\frac{4}{7} \bigcirc \frac{3}{8}$

6. $\frac{9}{10} \bigcirc \frac{10}{11}$

7. $\frac{8}{5} \bigcirc \frac{16}{10}$

8. $\frac{23}{11} \bigcirc \frac{5}{3}$

9. $\frac{9}{100} \bigcirc \frac{10}{110}$

10. $\frac{23}{46} \bigcirc \frac{36}{72}$

تعريفات أساسية في الأعداد - الحلول المفصّلة

الكسور

① حوّل كلاًّ من الكسور المختلطة التّالية إلى صيغتها البسيطة

1. $3\frac{1}{4} \rightarrow 3\times4+1=13 \rightarrow \frac{13}{4}$

2. $16\frac{2}{3} \rightarrow 16\times3+2=50 \rightarrow \frac{50}{3}$

3. $8\frac{4}{7} \rightarrow 8\times7+4=60 \rightarrow \frac{60}{7}$

4. $21\frac{1}{2} \rightarrow 21\times2+1=43 \rightarrow \frac{43}{2}$

5. $52\frac{1}{3} \rightarrow 52\times3+1=157 \rightarrow \frac{157}{3}$

6. $17\frac{2}{5} \rightarrow 17\times5+2=87 \rightarrow \frac{87}{5}$

7. $20\frac{1}{4} \rightarrow 20\times4+1=81 \rightarrow \frac{81}{4}$

8. $13\frac{3}{4} \rightarrow 13\times4+3=55 \rightarrow \frac{55}{4}$

9. $9\frac{4}{7} \rightarrow 9\times7+4=67 \rightarrow \frac{67}{7}$

10. $12\frac{3}{5} \rightarrow 12\times5+3=63 \rightarrow \frac{63}{5}$

② وسّع كلاًّ من الكسور التّالية

في كلّ واحد من الأسئلة $1-10$ التّالية يمكن الحصول على عدّة صور للكسر بعد توسيعه. يمكن توسيع الكسر بواسطة ضرب البسط والمقام بنفس العدد. أرفقنا بضعة أمثلة لتوسيع الكسور الّتي سُئل عنها للتّوضيح:

1. $\frac{4}{5} \to \frac{4\times 2}{5\times 2} = \frac{8}{10}$, $\frac{4}{5} \to \frac{4\times 5}{5\times 5} = \frac{20}{25}$, $\frac{4}{5} \to \frac{4\times 9}{5\times 9} = \frac{36}{45}$

2. $\frac{13}{16} \to \frac{13\times 3}{16\times 3} = \frac{39}{48}$, $\frac{13}{16} \to \frac{13\times 4}{16\times 4} = \frac{52}{64}$, $\frac{13}{16} \to \frac{13\times 5}{16\times 5} = \frac{65}{80}$

3. $\frac{1}{4} \to \frac{1\times 10}{4\times 10} = \frac{10}{40}$, $\frac{1}{4} \to \frac{1\times 15}{4\times 15} = \frac{15}{60}$, $\frac{1}{4} \to \frac{1\times 25}{4\times 25} = \frac{25}{100}$

4. $\frac{6}{7} \to \frac{6\times 2}{7\times 2} = \frac{12}{14}$, $\frac{6}{7} \to \frac{6\times 8}{7\times 8} = \frac{48}{56}$, $\frac{6}{7} \to \frac{6\times 11}{7\times 11} = \frac{66}{77}$

5. $\frac{11}{12} \to \frac{11\times 3}{12\times 3} = \frac{33}{36}$, $\frac{11}{12} \to \frac{11\times 5}{12\times 5} = \frac{55}{60}$, $\frac{11}{12} \to \frac{11\times 9}{12\times 9} = \frac{99}{108}$

6. $\frac{7}{9} \to \frac{7\times 6}{9\times 6} = \frac{42}{54}$, $\frac{7}{9} \to \frac{7\times 8}{9\times 8} = \frac{56}{72}$, $\frac{7}{9} \to \frac{7\times 12}{9\times 12} = \frac{84}{108}$

7. $\frac{2}{3} \to \frac{2\times 9}{3\times 9} = \frac{18}{27}$, $\frac{2}{3} \to \frac{2\times 16}{3\times 16} = \frac{32}{48}$, $\frac{2}{3} \to \frac{2\times 36}{3\times 36} = \frac{72}{108}$

8. $\frac{5}{16} \to \frac{5\times 4}{16\times 4} = \frac{20}{64}$, $\frac{5}{16} \to \frac{5\times 6}{16\times 6} = \frac{30}{96}$, $\frac{5}{16} \to \frac{5\times 9}{16\times 9} = \frac{45}{144}$

9. $\frac{11}{12} \to \frac{11\times 3}{12\times 3} = \frac{33}{36}$, $\frac{11}{12} \to \frac{11\times 6}{12\times 6} = \frac{66}{72}$, $\frac{11}{12} \to \frac{11\times 5}{12\times 5} = \frac{55}{60}$

10. $\frac{13}{25} \to \frac{13\times 2}{25\times 2} = \frac{26}{50}$, $\frac{13}{25} \to \frac{13\times 3}{25\times 3} = \frac{39}{75}$, $\frac{13}{25} \to \frac{13\times 4}{25\times 4} = \frac{42}{100}$

③ اختزل كلاً من الكسور التّالية

1. $\frac{220}{225} \rightarrow \frac{220 \div 5}{225 \div 5} = \frac{44}{45}$

2. $\frac{312}{620} \rightarrow \frac{312 \div 2}{620 \div 2} = \frac{156}{310} \rightarrow \frac{156 \div 2}{310 \div 2} = \frac{78}{155}$

3. $\frac{23}{46} \rightarrow \frac{23 \div 23}{46 \div 23} = \frac{1}{2}$

4. $\frac{18}{27} \rightarrow \frac{18 \div 9}{27 \div 9} = \frac{2}{3}$

5. $\frac{40}{48} \rightarrow \frac{40 \div 8}{48 \div 8} = \frac{5}{6}$

6. $\frac{32}{128} \rightarrow \frac{32 \div 32}{128 \div 32} = \frac{1}{4}$

7. $\frac{28}{64} \rightarrow \frac{28 \div 4}{64 \div 4} = \frac{7}{16}$

8. $\frac{126}{144} \rightarrow \frac{126 \div 2}{144 \div 2} = \frac{63}{72} \rightarrow \frac{63 \div 9}{72 \div 9} = \frac{7}{8}$

9. $\frac{1000}{125} \rightarrow \frac{1000 \div 5}{125 \div 5} = \frac{200}{25} \rightarrow \frac{200 \div 5}{25 \div 5} = \frac{40}{5} \rightarrow \frac{40 \div 5}{5 \div 5} = \frac{8}{1} = 8$

10. $\frac{144}{84} \rightarrow \frac{144 \div 2}{84 \div 2} = \frac{72}{42} \rightarrow \frac{72 \div 2}{42 \div 2} = \frac{36}{21} \rightarrow \frac{36 \div 3}{21 \div 3} = \frac{12}{7}$

④ حدّد الإشارة (أكبر / أصغر / يساوي) لتقرّر العلاقة بين الكسرَين

1. للكسرَين نفس المقام (25) ← الكسر صاحب البسط الأكبر هو الأكبر قيمةً ← $\frac{13}{25} < \frac{17}{25}$.

---

2. للكسرَين نفس المقام (1024) ← الكسر صاحب البسط الأكبر هو الأكبر قيمةً ← $\frac{527}{1024} < \frac{526}{1024}$.

---

3. للكسرَين نفس البسط (97) ← الكسر صاحب المقام الأصغر هو الأكبر قيمةً ← $\frac{97}{43} < \frac{97}{15}$.

---

4. للكسرَين نفس البسط (356) ← الكسر صاحب المقام الأصغر هو الأكبر قيمةً ← $\frac{356}{83} > \frac{356}{103}$.

---

5. للكسرَين بسط مختلف ومقام مختلف، للمقارنة نقوم بعمليّة ضرب تبادليّ؛

$$\frac{4}{7} \quad \frac{3}{8}$$

$$\begin{array}{cc} 4\cdot 8 & 3\cdot 7 \\ =32 & =21 \end{array}$$

$32 > 21$ لذلك $\frac{4}{7} > \frac{3}{8}$.

---

6. للكسرَين بسط مختلف ومقام مختلف، للمقارنة نقوم بعمليّة ضرب تبادليّ؛

$$\frac{9}{10} \quad \frac{10}{11}$$

$$\begin{array}{cc} 9\cdot 11 & \frac{9}{10} \\ =99 & \end{array}$$

$99 < 100$ لذلك $\frac{9}{10} < \frac{10}{11}$.

.7 للكسرَين بسط مختلف ومقام مختلف، للمقارنة نقوم بعمليّة ضرب تبادليّ؛

$$\frac{8}{5} \quad \frac{16}{10}$$

$$8\cdot 10 = 80 \qquad 16\cdot 5 = 80$$

$80 = 80$ لذلك $\frac{8}{5}<\frac{16}{10}$.

كان من الممكن الاستنتاج أنّ الكسرَين متساويان قيمةً بواسطة تبسيط الكسر ؛

$$\frac{16}{10} \;\rightarrow\; \frac{16\div 2}{10\div 2}=\frac{8}{5} \;\rightarrow\; \frac{16}{10}=\frac{8}{5}$$

.8 للكسرَين بسط مختلف ومقام مختلف، للمقارنة نقوم بعمليّة ضرب تبادليّ؛

$$\frac{23}{11} \quad \frac{5}{3}$$

$$23\cdot 3 = 69 \qquad 5\cdot 11 = 55$$

$69 > 55$ لذلك $\frac{23}{11}>\frac{5}{3}$.

.9 للكسرَين بسط مختلف ومقام مختلف، للمقارنة نقوم بعمليّة ضرب تبادليّ؛

$$\frac{9}{100} \quad \frac{10}{110}$$

$$9\cdot 110 = 990 \qquad 10\cdot 100 = 1000$$

$990 < 1000$ لذلك $\frac{9}{100}<\frac{10}{110}$.

.10 ليس من السّهل ضرب $23\cdot 72$ أو $36\cdot 46$ بسرعة. لكن لمن انتبه، كلا الكسرين مساويان لـ $\frac{1}{2}$. يمكن التّوصّل لهذا بواسطة تبسيط كلّ واحد من الكسرَين؛

$$\frac{36}{72} \;\rightarrow\; \frac{36\div 36}{72\div 36}=\frac{1}{2} \;\rightarrow\; \frac{36}{72}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{23}{46} \;\rightarrow\; \frac{23\div 23}{46\div 23}=\frac{1}{2} \;\rightarrow\; \frac{23}{46}=\frac{1}{2}$$

كلّ واحد من الكسرَين مساوٍ لـ $\frac{1}{2}$ $\leftarrow$ $\frac{23}{46}=\frac{36}{72}$.

العمليات الحسابية الأربع وكيفية تنفيذها - الشرح

بعد أن قُمنا بتعريفات أساسيّة حول الأعداد وأنواعها، نتطرّق الآن للعمليّات الحسابيّة المختلفة، ولكيفيّة تنفيذها على فئات الأعداد المختلفة.

العمليّات الحسابيّة الأربع هي –

1. الجمع.
2. الطّرح.
3. الضّرب.
4. القسمة.

عمليّة الجمع

عمليّة الجمع هي عبارة عن ضمّ عدّة أعداد بعضها إلى بعض. النّتيجة الّتي نحصل عليها عند تنفيذ عمليّة الجمع تُدعى بحاصل الجمع.

❶ جمع أعداد صحيحة

عند جمع عددين صحيحين، كلّ منهما مكوّن من أكثر من منزلة، نقوم بترتيبهما أحدهما فوق الآخر، ثمّ نقوم بجمع كلّ منزلتين. إذا كان حاصل الجمع أكبر من 10، عندها نرفع "باليد 1" (أي ننقل 1 إلى المنزلتين اللتين تليهما).

مثال

$2456+873=?$

الحلّ

√ كمرحلة أولى، نقوم بترتيب العددين أحدهما فوق الآخر، انتبهوا إلى وضع منزلة آحاد العدد الأوّل فوق منزلة آحاد العدد الثّاني، ومنزلة عشرات العدد الأوّل فوق منزلة عشرات العدد الثّاني، وهكذا دواليك:

$$\left.\begin{array}{r} 2456 \\ \underline{873} \end{array}\right\} +$$

√ نقوم الآن بجمع أوّل منزلتين (الآحاد) ← $6+3=9$:

$$\left.\begin{array}{r} 2456 \\ \underline{873} \end{array}\right\} +$$

√ حاصل جمع منزلتَي الآحاد أصغر من 10، لذلك لا يوجد "باليد 1"، نقوم الآن بجمع المنزلتين اللتين تليهما (أي منزلتَي العشرات) ← $5+7=12$ ← حاصل الجمع أكبر من 10، لذلك نقوم برفع "باليد 1"، أي نضع في منزلة عشرات حاصل الجمع الرّقم 2، وننقل الـ 1 إلى منزلة المئات، لنقوم بجمعه مع منزلتَي مئات العددين:

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \\ \left.\begin{array}{r} 2456 \\ \underline{873} \end{array}\right\}+ \\ 29 \end{array}$$

√ الآن نقوم بجمع منزلتَي مئات العددين، مع الآخذ بعين الاعتبار الـ 1 الّذي تمّ نقله نتيجةً لرفع "باليد 1" من جمع منزلتَي العشرات ← $1+4+8=13$. ومرّة أخرى، بما أنّ حاصل الجمع الّذي حصلنا عليه أكبر من 10، نقوم مرّة أخرى برفع "باليد 1"، أي نضع في منزلة مئات حاصل جمع العددين 3، وننقل الـ 1 إلى منزلة الآلاف، لنقوم بجمعه مع منزلتَي آلاف العددين:

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \\ \left.\begin{array}{r} 2456 \\ \underline{873} \end{array}\right\}+ \\ 329 \end{array}$$

√ تبقّى الآن أن نجمع منزلتَي آلاف العددين، مع الأخذ بعين الاعتبار الـ 1 الّذي تمّ نقله نتيجةً لرفع "باليد 1" من جمع منزلتَي المئات ← $1+2+0=3$. من هنا، نتيجة جمع العددين النّهائيّة هي:

$$\begin{array}{r} \left.\begin{array}{r} 2456 \\ \underline{873} \end{array}\right\}+ \\ 3329 \end{array}$$

❷ جمع كسور

جمع كسور حقيقيّة / غير حقيقيّة

عند تنفيذ عمليّة الجمع على الكسور، في حالة كانت المقامات متساوية، نقوم بجمع البسوط.

مثال

$$\frac{4}{16}+\frac{3}{16} \rightarrow \frac{4+3}{16} \rightarrow \frac{7}{16}$$

بينما في حالة لم تكُن المقامات متساوية، علينا إيجاد **مقام مشترك** للكسور الّتي نريد جمعها. المقام المشترك هو عبارة عن عدد، والّذي ينقسم على جميع مقامات الكسور المجموعة. من المفضّل دائمًا استخدام أصغر مقام مشترك، أي أصغر عدد ينقسم على جميع المقامات، وذلك لتسهيل إجراء العمليّات الحسابيّة. بكلمات أخرى، حتّى نستطيع جمع الكسور، علينا توسيعها / اختزالها حتّى نصل لصورة تكون لجميعها نفس المقام. وبهذا نصل إلى الوضع السّابق، ومن ثمّ نقوم بجمع البسوط:

مثال

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=?$$

الحلّ

المقام المشترك الأصغر للكسور الثّلاثة هو 12 (هو أصغر عدد ينقسم على 2 ، 3 وَ 4). الآن نقوم بتوسيع كلٍّ من الكسور الثّلاثة، كما شُرح سابقًا في عمليّة توسيع الكسور، بحيث نحصل في كلٍّ منها على كسر مقامه 12:

$$\frac{1}{4}=\frac{1\times3}{4\times3}=\frac{3}{12} \quad ، \quad \frac{1}{3}=\frac{1\times4}{3\times4}=\frac{4}{12} \quad ، \quad \frac{1}{2}=\frac{1\times6}{2\times6}=\frac{6}{12}$$

بعد إجراء عمليّة التّوسيع، حصلنا على ثلاثة كسور ذوات نفس المقام، نقوم الآن بجمع البسوط:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{12}+\frac{4}{12}+\frac{6}{12} \rightarrow \frac{3+4+6}{12}=\frac{11}{12}$$

انتبهوا! عمليّة جمع الكسور تمكّننا من تحويل الكسر المختلط إلى كسر غير حقيقيّ بصورته البسيطة. حيث أنّ كلّ عدد صحيح يمكن كتابته ككسر مقامه 1.

مثال

$$3\frac{2}{5} \rightarrow 3+\frac{2}{5} \rightarrow \frac{3}{1}+\frac{2}{5} \rightarrow \frac{3\times5}{1\times5}+\frac{2}{5} \rightarrow \frac{15}{5}+\frac{2}{5} \rightarrow \frac{15+2}{5} \rightarrow \frac{17}{5}$$

وكما أسلفنا الذّكر، يمكن باختصار تحويله بواسطة ضرب مقام الكسر بالعدد الصّحيح، ومن ثمّ إضافة بسط الكسر للنّاتج، النّتيجة الّتي نحصل عليها تكون بسط الكسر غير الحقيقيّ النّاتج، ومقامه عبارة عن مقام الكسر الحقيقيّ في الكسر المختلط:

$$3\frac{2}{5} \rightarrow 3\times5+2=17 \rightarrow 3\frac{2}{5}=\frac{17}{5}$$

جمع كسور عشريّة

تمامًا كجمع الأعداد الصّحيحة، كلّ ما علينا الانتباه له، هو أنّه عند ترتيب الكسرَين العشريّين أحدهما فوق الآخر، علينا وضع فاصلة الكسر الأوّل العشريّة فوق فاصلة الكسر الثّاني العشريّة.

مثال

$$0.24+3.8=?$$

الحلّ

$3.8 = 3.80$، لذلك:

$$0.24+3.80 \rightarrow \left.\begin{array}{r}0.24\\ \underline{3.80}\end{array}\right\}+$$

√ نبدأ بعمليّة الجمع بشكل عاديّ، نجمع أوّل منزلتَين ← $0+4=4$ (النّتيجة أصغر من 10 لذلك لا نرفع "باليد 1"):

$$\left.\begin{array}{r}0.24\\ \underline{3.80}\end{array}\right\}+ \\ \quad 4$$

√ نجمع الآن المنزلتَين التّاليتَين ← $8+2=10$ (النّتيجة مساوية لـِ 10 لذلك نرفع "باليد 1")، ولا ننسى وضع الفاصلة العشريّة:

$$\boxed{1}$$
$$\left.\begin{array}{r}0.24\\ \underline{3.80}\end{array}\right\}+ \\ \quad .04$$

√ تبقّت الآن العمليّة الحسابيّة الأخيرة ← $3+0+1=4$:

$$\left.\begin{array}{r}0.24\\ \underline{3.80}\end{array}\right\}+ \rightarrow 0.24+3.8=4.04 \\ 4.04$$

عمليّة الطّرح

عمليّة الطّرح هي عبارة عن العمليّة العكسيّة لعمليّة الجمع. النّتيجة الّتي نحصل عليها عند تنفيذ عمليّة الجمع تُدعى بحاصل الطّرح.

❶ طرح أعداد صحيحة

أيضًا هنا عندما نريد طرح عددين، نقوم بترتيبهما أحدهما فوق الآخر بحيث يكون العدد الأعلى هو العدد المطروح منه، والعدد الأسفل هو العدد المطروح. عليكم أن تنتبهوا إلى أنّه عندما تكون المنزلة المطروحة أكبر من المنزلة المطروح منها، نقوم "بعمليّة استقراض".

مثال

$7342-3625=?$

الحلّ

√ كمرحلة أولى، نقوم بترتيب العددين أحدهما فوق الآخر، بحيث أنّ العدد الأعلى هو العدد المطروح منه، والعدد الأسفل هو العدد المطروح. أيضًا هنا انتبه إلى وضع منـزلة آحاد العدد الأوّل فوق منزلة آحاد العدد الثّاني، منزلة عشرات العدد الأوّل فوق منزلة عشرات العدد الثّاني، وهكذا دواليك...:

$$\left.\begin{array}{r} 7342 \\ \underline{3625} \end{array}\right\}-$$

√ الـ 2 أصغر من الـ 5. لذلك، كي ننفّذ عمليّة الطّرح، علينا أن نستقرض 1 من منزلة العشرات (الـ 4). عمليّة الاستقراض هي بمثابة إضافة 10 للمنزلة المطروح منها (أي أنّه في هذه الحالة، الـ 2 تُصبح 12). عندما نستقرض من منزلة، علينا أن نطرح منه 1(أي أنّه في هذه الحالة، عند استقراض الـ 1 من الـ 4 ، الـ 4 ستصبح 3):

$$\left.\begin{array}{r} 3\ 12 \\ 73\cancel{4}\cancel{2} \\ \underline{36\ 2\ 5} \end{array}\right\}- \rightarrow \left.\begin{array}{r} 12 \\ 733\cancel{2} \\ \underline{362\ 5} \end{array}\right\}- \rightarrow 12-5=7 \rightarrow \left.\begin{array}{r} 12 \\ 733\cancel{2} \\ \underline{362\ 5} \\ 7 \end{array}\right\}-$$

√ ننتقل الآن لطرح منزلتَي العشرات. الـ 3 أكبر من الـ 2 ، لذلك لا حاجة الآن لإجراء عمليّة استقراض:

$$3-2=1 \rightarrow \left.\begin{array}{r} 12 \\ 733\cancel{2} \\ \underline{362\ 5} \\ 1\ 7 \end{array}\right\}-$$

√ نتقدّم الآن نحو طرح منـزلتَي المئات. الـ 3 أصغر من الـ 6. لذلك، علينا أن نقوم بعمليّة استقراض من منزلة الآلاف (من الـ 7). عند الاستقراض، الـ 3 تصبح 13، والـ 7 تصبح 6.

$$\left.\begin{array}{r} 12 \\ 733\cancel{2} \\ \underline{362\ 5} \\ 1\ 7 \end{array}\right\}- \rightarrow \left.\begin{array}{r} 6\ 13\ 12 \\ \cancel{7}\cancel{3}3\cancel{2} \\ \underline{3\ 62\ 5} \\ 1\ 7 \end{array}\right\}- \rightarrow 13-6=7 \rightarrow \left.\begin{array}{r} 13\ \ 12 \\ 6\cancel{3}3\cancel{2} \\ \underline{36\ 25} \\ 7\ 17 \end{array}\right\}-$$

√ تبقّى لدينا الآن طرح منزلتَي الآلاف:

$$6-3=3 \rightarrow \left.\begin{array}{r} 13\ \ 12 \\ 6\cancel{3}3\cancel{2} \\ \underline{36\ 25} \\ 37\ 17 \end{array}\right\}-$$

√ من هنا، نتيجة طرح التّمرين:

$$3717 = 3625 - 7342$$

---

❷ طرح كسور

طرح كسور بسيطة حقيقيّة / غير حقيقيّة

كما في عمليّة الجمع، إذا كانت الكسور المطروحة لها نفس المقام، نقوم بطرح البسوط.

مثال

$$\frac{5}{13} - \frac{1}{13} = \frac{5-1}{13}$$

أمّا في حالة كانت مقامات الكسور المطروحة مختلفة، نقوم بتوسيع أو اختزال الكسور حتّى الحصول على كسور ذوات نفس المقام، أي القيام بإيجاد مقام مشترك، وبهذا نحصل على الوضع الأوّل، وعندها نقوم بطرح البسوط.

مثال

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{3} = ?$$

الحلّ

المقام المشترك الأصغر في هذه الحالة هو 21. نقوم الآن بتوسيع الكسرين:

$$\frac{2}{3} = \frac{2\times 7}{3\times 7} = \frac{14}{21} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{14}{21} \quad ، \quad \frac{5}{7} = \frac{5\times 3}{7\times 3} = \frac{15}{21} \rightarrow \frac{5}{7} = \frac{15}{21}$$

من هنا،

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{3} \rightarrow \frac{15}{21} - \frac{14}{21} \rightarrow \frac{15-14}{21} = \frac{1}{21}$$

طرح كسور عشريّة

تمامًا كطرح الأعداد الصّحيحة، بما في ذلك عمليّة الاستقراض. إلاّ أنّه، وكما في جمع الكسور العشريّة، علينا الانتباه إلى أنّه عند ترتيب الكسرين أحدهما فوق الآخر، يجب أن نضع فاصلة الكسر الأوّل العشريّة فوق فاصلة الكسر الثّاني العشريّة.

مثال

$3.21-2.18=?$

الحلّ

نرتّب الكسرين أحدهما فوق الآخر:

$$\left.\begin{array}{r}3.21\\ \underline{2.18}\end{array}\right\}-$$

√ نبدأ بعمليّة الطّرح. الـ 1 أصغر من الـ 8 . لذلك، نستقرض 1 من الـ 2. الـ 1 تُصبح 11، والـ 2 تُصبح 1:

$$\left.\begin{array}{r}3.21\\ \underline{2.18}\end{array}\right\}- \rightarrow \begin{array}{r}1\ 11\\ 3.\cancel{2}\,\cancel{1}\\ \underline{2.\ 1\ 8}\end{array}\bigg\}-$$

√ الآن نطرح ← $11-8=3$:

$$\left.\begin{array}{r}3.21\\ \underline{2.18}\end{array}\right\}- \rightarrow \begin{array}{r}1\ 11\\ 3.\cancel{2}\,\cancel{1}\\ \underline{2.\ 1\ 8}\end{array}\bigg\}- \rightarrow \begin{array}{r}11\\ 3.1\cancel{1}\\ \underline{2.18}\\ 3\end{array}\bigg\}-$$

√ نطرح الآن المنزلتَين التّاليتَين ← $1-1=0$ (ولا حاجة لعمليّة استقراض):

$$\begin{array}{r}11\\ 3.1\cancel{1}\\ \underline{2.18}\\ .03\end{array}\bigg\}-$$

√ تبقّت عمليّة الطّرح الأخيرة ← $2-3=1$ (أيضًا هنا لا حاجة لعمليّة استقراض):

$$\begin{array}{r}11\\ 3.1\cancel{1}\\ \underline{2.18}\\ 1.03\end{array}\bigg\}-$$

√ من هنا، نتيجة طرح التّمرين:

$3.21-2.18=1.03$

ملاحظات:

1. يمكن النّظر إلى عمليّتَي الجمع والطّرح على النّحو التّالي؛ عندما طرح أو جمع أعداد موجبة وسالبة، إذا تواجدت أشارتان مختلفتان (موجب وسالب أو سالب وموجب) تكون هذه عمليّة طرح، أمّا في حالة تواجدت إشارتان متشابهتان (موجب وموجب أو سالب وسالب) فهذه عمليّة جمع.

أمثلة

$$10+(+2) \rightarrow 10+2 \rightarrow 12$$
$$10+(-2) \rightarrow 10-2 \rightarrow 8$$
$$10-(+2) \rightarrow 10-2 \rightarrow 8$$
$$10-(-2) \rightarrow 10+2 \rightarrow 12$$

2. عند جمع عددَين سالبَين، النّتيجة هي جمع العددين دون الإشارة، ومن ثمّ إضافة إشارة سالب.

مثال

$$(-10)+(-2) \rightarrow 10+2=12 \rightarrow (-10)+(-2)=(-12)$$

3. في تمرين جمع / طرح، يمكن تغيير ترتيب الأعداد.

مثال

$$(-2)+10=+10-2=8$$

عمليّة الضّرب

عمليّة الضّرب هي عبارة عن عمليّة جمع عدد معيّن عدّة مرات. مثلاً، التّمرين 16×27 هو عبارة عن جمع الـ 27 ، 16 مرّة، أو جمع الـ 16 ، 27 مرّة. النّتيجة الّتي نحصل عليها عند تنفيذ عمليّة الضّرب تُدعى **بحاصل الضّرب**.

❶ ضرب أعداد صحيحة

عند تنفيذ عمليّة الضّرب على الأعداد الصّحيحة، نقوم بترتيب الأعداد المضروبة بشكل عاموديّ. ثمّ نقوم بضرب منـزلة آحاد العدد الأسفل بالعدد الأعلى، ثمّ منـزلة عشرات العدد الأسفل بالعدد الأعلى، وهكذا دواليك. وفي النّهاية نقوم بجمع النّتائج الّتي توصّلنا إليها في كلّ واحدة من المراحل السّابقة.

مثال

$27\times16=?$

الحلّ

√ أوّلاً، نقوم بترتيب العددين أحدهما فوق الآخر؛ الآحاد فوق الآحاد، والعشرات فوق العشرات، وهكذا:

$$\left.\begin{array}{r}27\\ \underline{16}\end{array}\right\}\times$$

√ الآن نقوم بضرب منزلة الآحاد في العدد الأسفل بمنزلة الآحاد في العدد الأعلى ← $7\times6=42$. كما في الجمع، إذا كانت نتيجة الضّرب أكبر من 10، نرفع منزلة العشرات النّاتجة باليد (في هذه الحالة 4):

$$\begin{array}{r}4\\ \left.\begin{array}{r}27\\ \underline{16}\end{array}\right\}\times\\ 2\end{array}$$

√ نضرب الآن منزلة الآحاد في العدد الأسفل بمنزلة العشرات في العدد الأعلى، ونجمع للنّتيجة الّتي نحصل عليها عدد اليد الّذي سبق ونقلناه ← $2\times6=12$ ← $12+4=16$ ← بما أنّه لا توجد منزلة مئات في العدد الأعلى، لا نرفع باليد. نضيف الآن الـ 16 لمنزلة الآحاد الّتي سبق وحسبناها:

$$\begin{array}{r}4\\ \left.\begin{array}{r}27\\ \underline{16}\end{array}\right\}\times\\ 162\end{array}$$

√ ننتقل الآن لنضرب منزلة العشرات في العدد الأسفل بمنزلة الآحاد في العدد الأعلى. لكن انتبهوا قبل ذلك أن تكتبوا النّتيجة الّتي ستحصلون عليها بسطر آخر، تحت السّطر الأوّل، ولا تنسَوا أن تضعوا الرّقم 0 تحت منزلة الآحاد الّتي حصلتم عليها في السّطر الأوّل:

$$\begin{array}{r}4\\ \left.\begin{array}{r}27\\ \underline{16}\end{array}\right\}\times\\ 162\\ 0\end{array}$$

√ نُجري الآن عمليّة الضّرب ← $7\times1=7$. نتيجة الضّرب أصغر من 10. لذلك، لا نرفع باليد. نكتب النّتيجة الّتي حصلنا عليها بجانب الصّفر في السّطر الثّاني:

$$\begin{array}{r}\left.\begin{array}{r}27\\ \underline{16}\end{array}\right\}\times\\ 162\\ 70\end{array}$$

√ ننتقل الآن لنضرب منزلة العشرات في العدد الأسفل بمنـزلة العشرات في العدد الأعلى ← $2 \times 1 = 2$.
نتيجة الضّرب أصغر من 10. لذلك، لا نرفع باليد. نكتب النّتيجة الّتي حصلنا عليها في السّطر الثّاني:

$$\begin{array}{r} 27 \\ \underline{16} \\ 162 \\ 270 \end{array} \times$$

√ كلّ ما تبقّى علينا فعله الآن هو جمع السّطرين اللذين حصلنا عليهما ← $162 + 270 = 432$:

$$\begin{array}{r} 27 \\ \underline{16} \\ 162 \\ \underline{270} \\ 432 \end{array}$$

√ من هنا، نتيجة التّمرين هي؛ $16 \times 27 = 432$.

أعزّاءنا، أرفقنا لكُم هنا أيضًا "جدول الضّرب" (حتّى العدد 15)، تأكّدوا من أنّكم تعرفونه عن ظهر قَلب... (تذكّروا، لا آلة حاسبة في الامتحان)...

جدول الضّرب

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180
13	13	26	39	52	65	78	91	32	117	130	143	156	169	182	195
14	14	28	42	56	70	84	98	32	126	140	154	168	182	196	210
15	15	30	45	60	75	90	105	32	135	150	165	180	195	210	225

❷ ضرب كسور

ضرب كسور حقيقيّة / غير حقيقيّة

عند القيام بضرب كسور حقيقيّة أو غير حقيقيّة، نضرب البسوط ببعضها، والمقامات ببعضها.

مثال

$$\frac{3}{8}\times\frac{5}{7}=\frac{3\times 5}{8\times 7}=\frac{15}{56}$$

انتبهوا! من المفضّل دائمًا فحص إمكانيّة اختزال الكسور قبل القيام بإجراء العمليّات الحسابيّة عليها!

ضرب كسور عشريّة

عند القيام بضرب كسور عشريّة، نقوم أوّلا بتجاهل الفواصل العشريّة. ثمّ نضرب العددين النّاتجين كما شُرح في عمليّة ضرب الأعداد الصّحيحة. في النّهاية، نقوم بعدّ المنازل الموجودة على يمين الفواصل العشريّة في الكسرين العشريّين المضروبين، لنحدّد مكان الفاصلة العشريّة في حاصل الضّرب.

مثال

$0.3\times 4.2=?$

الحلّ

نقوم أوّلا بتجاهل الفواصل العشريّة. فنحصل على العددين 3 وَ 42. الآن نضرب العددين النّاتجين ← $3\times 42=126$. ثمّ نقوم بعدّ عدد المنازل العشريّة على يمين الفاصلة في الكسرين العشريّين المضروبَين ← في الكسر الأوّل هنالك منزلة واحدة، وفي الكسر الثّاني هنالك منزلة واحدة أيضًا، أي بالمجمل منزلتَين. من هنا، على يمين الفاصلة العشريّة في حاصل الضّرب، يجب أن تتواجد منزلتان. لذلك، نقوم بعدّ منزلتَين في حاصل الضّرب الّذي حصلنا عليه، ونضع الفاصلة العشريّة، لنحصل على حاصل الضّرب النّهائيّ:

$0.3\times 4.2=1.26$

انتبهوا! في حالة كان عدد المنازل العشريّة في الكسرَين العشريَّين المضروبين أكبر من عدد منازل حاصل الضّرب الّذي حصلنا عليه، نقوم بإضافة الأصفار.

مثال

$0.2 \times 0.3 = ?$

الحلّ

$2 \times 3 = 6$ (حاصل الضّرب مكوّن من منزلة واحدة)، بينما هنالك منزلتَين عشريّتين في الكسرين. لذلك، عند تحديد حاصل الضّرب النّهائيّ، نقوم بإضافة صفر على يمين الفاصلة العشريّة. من هنا؛

$0.2 \times 0.3 = 0.06$

بالإضافة إلى كلّ ما ذُكِر، من المهمّ تذكّر الملاحظات التّالية؛

دائمًا تذكّر –

1. **عند ضرب عددَين سالبَين (صحيحَين أو كسرَين) بعضهما ببعض، تكون النّتيجة دائمًا عددًا موجبًا.**

2. **من هنا، عند ضرب أعدادًا سالبة بعضها ببعض:**

- **إذا كان عدد الأعداد السّالبة زوجيًّا ← يكون حاصل الضّرب موجبًا.**
- **إذا كان عدد الأعداد السّالبة فرديًّا ← يكون حاصل الضّرب سالبًا.**

عمليّة القسمة

عمليّة القسمة هي العمليّة العكسيّة للضّرب. النّتيجة الّتي نحصل عليها عند تنفيذ عمليّة القسمة تُدعى بحاصل القسمة.

❶ قسمة أعداد صحيحة

بشكل عامّ، عندما نُريد قسمة عددَين صحيحَين، يمكننا استخدام طريقة "الكرسيّ" لتسهيل تنفيذ العمليّة، حيث فيها نقوم بترتيب المعطيات على نحو معيّن، ثمّ نقوم بتنفيذ العمليّة.

ترتيب المعطيات وفق طريقة الكرسيّ يكون حاصل على النّحو التّالي:

حاصل القسمة
العدد المقسوم | العدد المقسوم عليه

مثال

$618 \div 6 = ?$

الحلّ

√ نرتّب أوّلاً المعطيات على طريقة الكرسيّ. في المثال المعروض، الـ 618 هو العدد المقسوم، الـ 6 هو العدد المقسوم عليه، ونحن نريد إيجاد حاصل القسمة:

6 | 618

√ نبدأ بالمنزلة الأخيرة في العدد المقسوم، ونفحص ما إذا كانت تقسم على العدد المقسوم عليه (في حالة عدم القسمة، أي في حالة كانت المنزلة الأخيرة في العدد المقسوم أصغر من العدد المقسوم عليه نضع 0). في المثال لدينا ← $6 \div 6 = 1$ ← نضع الـ 1 عند خانة حاصل القسمة:

1
6 | 618

√ الآن نضرب النّتيجة الّتي وضعناها في خانة حاصل القسمة (الـ 1) بالعدد المقسوم عليه (الـ 6) ← $1 \times 6 = 6$. ونضع النّتيجة الّتي حصلنا عليها تحت المنزلة الآخيرة في العدد المقسوم، ونقوم بعمليّة طرح:

1
6 | 618
-6
0

√ نُنزل الآن منزلة العشرات في العدد المقسوم، ونفحص ما إذا كان العدد الّذي نحصل عليه يقسم على العدد المقسوم عليه:

1
6 | 618
-6
01

√ في مثالنا، نحصل على 01، الآن نفحص ما إذا كان يقسم على العدد المقسوم عليه. الـ 1 لا يقسم على الـ 6، لذلك نضع 0 في خانة حاصل القسمة:

$$\begin{array}{r|l} & 10 \\ \hline 6 & 618 \\ & -6 \\ \hline & 01 \end{array}$$

√ من جديد، نضرب النّتيجة الّتي حصلنا عليها (الـ 0) بالعدد المقسوم عليه (الـ 6)، نضع النّتيجة تحت منزلة العشرات الّتي تمّ إنزالها، ثمّ تقوم بعمليّة الطّرح:

$$\begin{array}{r|l} & 10 \\ \hline 6 & 618 \\ & -6 \\ \hline & 01 \\ & -0 \\ \hline & 1 \end{array}$$

√ الآن نُنزل المنزلة المتبقّية في العدد المقسوم، وهي منزلة الآحاد، ونفحص ما إذا كان العدد الّذي سنحصل عليه يقسم على العدد المقسوم عليه أم لا:

$$\begin{array}{r|l} & 10 \\ \hline 6 & 618 \\ & -6 \\ \hline & 01 \\ & -0 \\ \hline & 18 \end{array}$$

√ حصلنا على 18، وهو عدد ينقسم على 6 ← $6 \div 18 = 3$ ← نضع الـ 3 في خانة حاصل القسمة:

$$\begin{array}{r|l} & 103 \\ \hline 6 & 618 \\ & -6 \\ \hline & 01 \\ & -0 \\ \hline & 18 \end{array}$$

√ الآن (وللمرّة الأخيرة في هذه الحالة) نضرب النّتيجة الّتي حصلنا عليها (الـ 3) في العدد المقسوم عليه، ونقوم بعمليّة الطّرح ← $6 \times 3 = 18$:

$$\begin{array}{r|l} & 103 \\ \hline 6 & 618 \\ & -6 \\ \hline & 01 \\ & -0 \\ \hline & 18 \\ & -18 \\ \hline & 00 \end{array}$$

√ هنا تنتهي عمليّة القسمة. إذا حصلنا على 00 في السّطر الأخير (كما حصلنا هنا)، هذا يعني أنّ العدد المقسوم يقسم على العدد المقسوم عليه دون باقٍ. وإذا لم نحصل على 00، العدد النّاتج في السّطر الأخير يكون عبارة عن الباقي من حاصل قسمةً العدد المقسوم على العدد المقسوم عليه.

√ من هنا، العدد حاصل قسمة العدد 618 على العدد 6 هي 103. وهو يقسم عليه دون باقٍ!

❷ قسمة كسور

قسمة كسور حقيقيّة / غير حقيقيّة

عند قسمة الكسور الحقيقيّة / غير الحقيقيّة، نقوم بعمليّة الضّرب بالمقلوب، ثمّ نُكمل الحلّ حسبما شُرح في عمليّة ضرب الكسور الحقيقيّة / غير الحقيقيّة.

مثال

$$\frac{1}{3}\div\frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{3}\times\frac{6}{1} \rightarrow \frac{1\times 6}{3\times 1} \rightarrow \frac{6}{3}=2$$

قسمة كسور عشريّة

من المفضّل تحويل الكسر العشريّ إلى كسر حقيقيّ / غير حقيقيّ، ومن ثمّ إجراء عمليّة القسمة بواسطة الضّرب بالمقلوب.
دائمًا انتبهوا إلى إمكانيّة الاختزال.

مثال

$$0.4\div 1.32 \rightarrow \frac{4}{10}\div\frac{132}{100} \rightarrow \frac{4}{10}\times\frac{100}{132} \rightarrow \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{10}}}\times\frac{\overset{10}{\cancel{100}}}{\underset{33}{\cancel{132}}} \rightarrow \frac{10}{33}$$

العمليات الحسابية الأربع وكيفية تنفيذها - الأسئلة

① جمع، طرح، ضرب وقسمة أعداد صحيحة

1. $630+718=$

2. $3425+6101=$

3. $8451+4132=$

4. $639+2415=$

5. $9741+3359=$

6. $324-139=$

7. $5711-4809=$

8. $7371-5162=$

9. $14142-11791=$

10. $8523-6217=$

11. $524\times 31=$

12. $712\times 26=$

13. $76\times 43=$

14. $95\times 112=$

15. $413 \times 16 =$

16. $8256 \div 24 =$

17. $3597 \div 33 =$

18. $3952 \div 19 =$

19. $1404 \div 12 =$

20. $2322 \div 18 =$

② اجمع، طرح، ضرب وقسمة كسور

1. $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=$

2. $\frac{2}{7}+\frac{2}{3}+\frac{4}{21}=$

3. $\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{1}{2}=$

4. $\frac{21}{32}-\frac{3}{16}-\frac{1}{8}=$

5. $\frac{50}{63}-\frac{4}{7}-\frac{1}{9}=$

6. $\frac{27}{36}-\frac{1}{18}-\frac{3}{4}=$

7. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=$

8. $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{5}{12}=$

9. $\frac{1}{24}-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=$

10. $1+\frac{1}{4}-\frac{6}{16}+\frac{1}{8}=$

11. $\frac{8}{12}\times\frac{10}{15}=$

12. $3\frac{1}{5}\times\frac{3}{8}=$

13. $\frac{15}{18}\times\frac{6}{8}\times\frac{4}{5}=$

14. $\frac{1}{3}\times\frac{6}{7}\times\frac{21}{24}=$

15. $\frac{5}{8}\div\frac{3}{4}=$

16. $\frac{11}{24}\div\frac{4}{6}=$

17. $\frac{5}{21}\div\frac{1}{6}\div\frac{4}{10}=$

18. $\frac{8}{19}\div\frac{5}{38}\div\frac{10}{11}=$

19. $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\div\frac{7}{6}=$

20. $\frac{6}{11}\div2\times\frac{22}{3}=$

العمليات الحسابية الأربع وكيفية تنفيذها – الحلول المفصلة

① جمع، طرح، ضرب وقسمة أعداد صحيحة

رقم السّؤال	الإجابة الصّحيحة	رقم السّؤال	الإجابة الصّحيحة	رقم السّؤال	الإجابة الصّحيحة	رقم السّؤال	الإجابة الصّحيحة
.1	1348	.6	185	.11	16244	.16	344
.2	9526	.7	902	.12	18512	.17	109
.3	12583	.8	2209	.13	3268	.18	208
.4	3054	.9	2351	.14	10640	.19	117
.5	13100	.10	2306	.15	6608	.20	129

② جمع، طرح، ضرب وقسمة كسور

1. $$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\rightarrow\frac{1\times10}{3\times10}+\frac{1\times6}{5\times6}+\frac{1\times5}{6\times5}\rightarrow\frac{10}{30}+\frac{6}{30}+\frac{5}{30}\rightarrow\frac{10+6+5}{30}\rightarrow\frac{21}{30}\rightarrow\frac{21\div3}{30\div3}\rightarrow\frac{7}{10}$$

2. $$\frac{2}{7}+\frac{2}{3}+\frac{4}{21}\rightarrow\frac{2\times3}{7\times3}+\frac{2\times7}{3\times7}+\frac{4\times1}{21\times1}\rightarrow\frac{6}{21}+\frac{14}{21}+\frac{4}{21}\rightarrow\frac{6+14+4}{21}\rightarrow\frac{24}{21}\rightarrow\frac{24\div3}{21\div3}\rightarrow\frac{8}{7}$$

3. $$\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{1}{2}=\frac{1\times3}{4\times3}+\frac{5\times2}{6\times2}+\frac{1\times6}{2\times6}\rightarrow\frac{3}{12}+\frac{10}{12}+\frac{6}{12}\rightarrow\frac{3+10+6}{12}\rightarrow\frac{19}{12}$$

4. $$\frac{21}{32}-\frac{3}{16}-\frac{1}{8}\rightarrow\frac{21\times1}{32\times1}-\frac{3\times2}{16\times2}-\frac{1\times4}{8\times4}\rightarrow\frac{21}{32}-\frac{6}{32}-\frac{4}{32}\rightarrow\frac{21-6-4}{32}\rightarrow\frac{11}{32}$$

5. $$\frac{50}{63}-\frac{4}{7}-\frac{1}{9}\rightarrow\frac{50\times1}{63\times1}-\frac{4\times9}{7\times9}-\frac{1\times7}{9\times7}\rightarrow\frac{50}{63}-\frac{36}{63}-\frac{7}{63}\rightarrow\frac{50-36-7}{63}\rightarrow\frac{7}{63}\rightarrow\frac{7\div7}{63\div7}\rightarrow\frac{1}{9}$$

6. $$\frac{27}{36}-\frac{1}{18}-\frac{3}{4}\rightarrow\frac{27\times1}{36\times1}-\frac{1\times2}{18\times2}-\frac{3\times9}{4\times9}\rightarrow\frac{27}{36}-\frac{2}{36}-\frac{27}{36}\rightarrow\frac{27-2-27}{36}\rightarrow\left(-\frac{2}{36}\right)\rightarrow\left(-\frac{1}{18}\right)$$

7. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\rightarrow\frac{1\times3}{2\times3}+\frac{1\times2}{3\times2}-\frac{1\times1}{6\times1}\rightarrow\frac{3}{6}+\frac{2}{6}-\frac{1}{6}\rightarrow\frac{3+2-1}{6}\rightarrow\frac{4}{6}\rightarrow\frac{4\div2}{6\div2}\rightarrow\frac{2}{3}$

---

8. $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{5}{12}\rightarrow\frac{1\times3}{4\times3}+\frac{1\times4}{3\times4}+\frac{5\times1}{12\times1}\rightarrow\frac{3}{12}+\frac{4}{12}+\frac{5}{12}\rightarrow\frac{3+4+5}{12}\rightarrow\frac{12}{12}\rightarrow1$

---

9. $\frac{1}{24}-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\rightarrow\frac{1\times1}{24\times1}-\frac{1\times4}{6\times4}+\frac{1\times8}{3\times8}\rightarrow\frac{1}{24}-\frac{4}{24}+\frac{8}{24}\rightarrow\frac{1-4+8}{24}\rightarrow\frac{5}{24}$

---

10. $1+\frac{1}{4}-\frac{6}{16}+\frac{1}{8}\rightarrow\frac{1\times16}{1\times16}+\frac{1\times4}{4\times4}-\frac{6\times1}{16\times1}+\frac{1\times2}{8\times2}\rightarrow\frac{16}{16}+\frac{4}{16}-\frac{6}{16}+\frac{2}{16}$

$\rightarrow\frac{16+4-6+2}{16}\rightarrow\frac{16}{16}\rightarrow\frac{16\div16}{16\div16}\rightarrow\frac{1}{1}\rightarrow1$

---

11. $\frac{8}{12}\times\frac{10}{15}\rightarrow\frac{8\div4}{12\div4}\times\frac{10\div5}{15\div5}\rightarrow\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\rightarrow\frac{2\times2}{3\times3}\rightarrow\frac{4}{9}$

---

12. $3\frac{1}{5}\times\frac{3}{8}\rightarrow\frac{16}{5}\times\frac{3}{8}\rightarrow\frac{16\times3}{5\times8}\rightarrow\frac{\cancel{16}\times3}{5\times\cancel{8}}\rightarrow\frac{2\times3}{5}\rightarrow\frac{6}{5}$

---

13. $\frac{15}{18}\times\frac{6}{8}\times\frac{4}{5}\rightarrow\frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{3}{\cancel{18}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{2}{\cancel{8}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\rightarrow\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{1}\rightarrow\frac{1}{2}$

---

14. $\frac{1}{3}\times\frac{6}{7}\times\frac{21}{24}\rightarrow\frac{1}{3}\times\frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}\times\frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{4}{\cancel{24}}}\rightarrow\frac{1}{\cancel{3}}\times\frac{1}{1}\times\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{4}}\rightarrow\frac{1}{4}$

---

15. $\frac{5}{8}\div\frac{3}{4}\rightarrow\frac{5}{8}\times\frac{4}{3}\rightarrow\frac{5}{\underset{2}{\cancel{8}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{3}\rightarrow\frac{5}{2}\times\frac{1}{3}\rightarrow\frac{5\times1}{2\times3}\rightarrow\frac{5}{6}$

---

16. $\frac{11}{24}\div\frac{4}{6}\rightarrow\frac{11}{\underset{4}{\cancel{24}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{4}\rightarrow\frac{11}{4}\times\frac{1}{4}\rightarrow\frac{11\times1}{4\times4}\rightarrow\frac{11}{16}$

---

17. $\frac{5}{21}\div\frac{1}{6}\div\frac{4}{10}\rightarrow\frac{5}{21}\times\frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{1}\div\frac{10}{\underset{2}{\cancel{4}}}\rightarrow\frac{5}{\underset{7}{\cancel{21}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{1}\times\frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}\rightarrow\frac{5}{7}\times\frac{1}{1}\times\frac{5}{1}\rightarrow\frac{5\times5}{7}\rightarrow\frac{25}{7}$

---

18. $\frac{8}{19}\div\frac{5}{38}\div\frac{10}{11}\rightarrow\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{19}}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{38}}}{5}\times\frac{11}{\underset{5}{\cancel{10}}}\rightarrow\frac{4}{1}\times\frac{2}{5}\times\frac{11}{5}\rightarrow\frac{4\times2\times11}{1\times5\times5}\rightarrow\frac{88}{55}$

---

19. $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\div\frac{7}{6}\rightarrow\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\times\frac{1}{\underset{2}{\cancel{4}}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{7}\rightarrow\frac{1}{1}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{7}\rightarrow\frac{1}{7}$

---

20. $\frac{6}{11}\div2\times\frac{22}{3}\rightarrow\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{11}}}\times\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{22}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\rightarrow2$

القوى والجذور – الشرح

إنّ القوى والجذور هي من المهارات الحسابيّة الّتي يجب علينا السّيطرة عليها بشكل تامّ حتّى نستطيع عبور امتحان البسيخومتريّ بالنّجاعة المطلوبة. لا تتركوا أيّة ثغرات في هذا المجال. عليكم السّيطرة على كلّ شاردة وواردة

القوى

القوّة هي عمليّة ضرب العدد بنفسه عددًا معيّنًا من المرّات. فمثلاً، عندما نقول 6^3، هذا يعني أنّنا نضرب العدد 6 بنفسه 3 مرّات، أي؛ $6\times6\times6$. وعندما نضرب العدد 6 بنفسه x مرّات، نكتب 6^x وتُقرأ 6 للقوّة x. أي:

$$6^x = \underbrace{6\times6\times6\times\ldots\times6}_{\text{x مرّات}}$$

العدد المرفوع لقوّة معيّنة يُدعى "بالأساس". من هنا، وللتّلخيص:

$$A^y = \underbrace{A\times A\times A\times\ldots\times A}_{\text{y مرّات}} \Rightarrow$$ A هو الأساس، وَ y هي القوّة، وتُقرأ A للقوّة y

❶ قوانين في القوى

سنشرح فيما يلي قوانين القِوى مع إعطاء أمثلة للتّوضيح:

.1 $0^x = 0$ عند رفع العدد 0 لأيّة قوّة (عدا 0) تكون النّتيجة دائمًا 0. (لأنّ ضرب العدد 0 بنفسه عددًا معيّنًا من المرّات يُعطينا النّتيجة 0).

أمثلة؛ $0^3 = 0$, $0^{\frac{7}{2}} = 0$, $0^{242} = 0$, $0^{1,000,000} = 0$.

انتبهوا! 0^0 غير معرّف!!!

دائمًا تذكّر –

√ 0^0 ← غير معرّف!!!

.2 $\mathbf{1 = 1^x}$

عند رفع العدد 1 لأيّة قوّة تكون النّتيجة دائمًا 1. (لأنّ ضرب العدد 1 بنفسه عددًا معيّنًا من المرّات يُعطينا النّتيجة 1).

أمثلة: $1 = 1^3$, $1 = 1^{\frac{7}{2}}$, $1 = 1^{242}$, $1 = 1^{1,000,000}$.

.3 $\mathbf{A = A^1}$

رفع أيّ عدد للقوّة 1 تكون النّتيجة عبارة عن العدد نفسه.

أمثلة: $3 = 3^1$, $\left(-\frac{7}{2}\right) = \left(-\frac{7}{2}\right)^1$, $(-1,000,000) = (-1,000,000)^1$.

.4 $\mathbf{1 = A^0}$

رفع أيّ عدد (عدا 0) للقوّة 0 يُعطينا النّتيجة 1.

أمثلة: $1 = 3^0$, $1 = \left(-\frac{7}{2}\right)^0$, $1 = 242^0$, $1 = (-1,000,000)^0$.

تذكّروا! 0^0 غير معرّف!!!

---

❷ القوى الأكثر انتشارًا في الامتحان

$1^2 = 1$	$1^3 = 1$	$1^4 = 1$	$1^5 = 1$	$1^6 = 1$	$1^7 = 1$
$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$	$2^6 = 64$	$2^7 = 128$
$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$	$3^5 = 243$		
$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$			
$5^2 = 25$	$5^3 = 125$	$5^4 = 625$			
$6^2 = 36$	$6^3 = 216$				
$7^2 = 49$					
$8^2 = 64$					
$9^2 = 81$					
$10^2 = 100$					
$11^2 = 121$					
$12^2 = 144$					
$13^2 = 169$					
$14^2 = 196$					
$15^2 = 225$					
$16^2 = 256$					
$17^2 = 289$					
$18^2 = 324$					
$19^2 = 361$					
$20^2 = 400$					

دائمًا تذكّر –

√ عند رفع عدد سالب لقوّة زوجيّة، تكون النّتيجة موجبة.

√ عند رفع عدد سالب لقوّة فرديّة، تكون النّتيجة سالبة.

الجذور

الجذر هو العمليّة العكسيّة لعمليّة الرّفع للقوّة. فمثلاً، عندما نقول $\sqrt[2]{4}$ (الجذر الثّاني للعدد 4)، أي أنّنا نبحث عن العدد، والّذي عندما نرفعه للقوّة 2 نحصل على 4. بكلمات أخرى، ما هو العدد الّذي نضربه بنفسه مرّتين، يُعطينا النّتيجة 4. لذلك، $\sqrt[2]{4} = 2$، وذلك لأنّ $2^2 = 4$. وعندما نكتُب $\sqrt[4]{16}$، أي أنّنا نقصد به العدد، والّذي عندما نرفعه للقوّة 4 نحصل على 16. لذلك، $\sqrt[4]{16} = 2$، وذلك لأنّ $2^4 = 16$.

دائمًا تذكّر –

- **√ عندما لا يظهر عدد على يسار الجذر، فالمقصود هو الجذر الثّاني للعدد ← $\sqrt{x} = \sqrt[2]{x}$.**
- **√ عندما نرى إشارة الجذر، فالمقصود دائمًا الجذر الموجب، الا إذا ذُكر غير ذلك في السؤال.**

❶ قوانين في الجذور

سنشرح فيما يلي قوانين الجذور مع إعطاء أمثلة للتّوضيح:

① $\sqrt[x]{0} = 0$ جذر العدد 0 يُعطينا دائمًا النّتيجة 0.

أمثلة: $\sqrt[2]{0} = 0$, $\sqrt[5]{0} = 0$, $\sqrt[33]{0} = 0$.

---

② $\sqrt[x]{1} = 1$ جذر العدد 1 يُعطينا دائمًا النّتيجة 1.

أمثلة: $\sqrt[2]{1} = 1$, $\sqrt[5]{1} = 1$, $\sqrt[33]{1} = 1$.

---

③ $\sqrt[x]{A} = A^{\frac{1}{x}}$ العلاقة ما بين القوّة والجذر.

أمثلة: $\sqrt[2]{A} = A^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[5]{A} = A^{\frac{1}{5}}$, $\sqrt[33]{A} = A^{\frac{1}{33}}$.

---

❷ الجذور الأكثر انتشارًا في الامتحان

$\sqrt{1}=1$	$\sqrt[3]{1}=1$	$\sqrt[4]{1}=1$	$\sqrt[5]{1}=1$	$\sqrt[6]{1}=1$	$\sqrt[7]{1}=1$
$\sqrt{2}\cong 1.4$	$\sqrt[3]{8}=2$	$\sqrt[4]{16}=2$	$\sqrt[5]{32}=2$	$\sqrt[6]{64}=2$	$\sqrt[7]{128}=2$
$\sqrt{3}\cong 1.7$	$\sqrt[3]{27}=3$	$\sqrt[4]{81}=3$	$\sqrt[5]{243}=3$		
$\sqrt{4}=2$	$\sqrt[3]{64}=4$	$\sqrt[4]{256}=4$			
$\sqrt{9}=3$	$\sqrt[3]{125}=5$	$\sqrt[4]{625}=5$			
$\sqrt{25}=5$	$\sqrt[3]{216}=6$				
$\sqrt{36}=6$					
$\sqrt{49}=7$					
$\sqrt{64}=8$					
$\sqrt{81}=9$					
$\sqrt{100}=10$					
$\sqrt{121}=11$					
$\sqrt{144}=12$					
$\sqrt{169}=13$					
$\sqrt{196}=14$					
$\sqrt{225}=15$					
$\sqrt{256}=16$					
$\sqrt{289}=17$					
$\sqrt{324}=18$					
$\sqrt{361}=19$					
$\sqrt{400}=20$					

ترتيب تنفيذ العمليات الحسابية المختلفة – الشرح

قد نضطرّ في الامتحان تبسيط صيغ جبريّة. حتّى نتوصّل إلى الصّيغة النّهائيّة بالصّورة الصّحيحة، علينا القيام بعمليّة التّبسيط وفق ترتيب معيّن. الصّيغ الجبريّة المختلفة يمكنها أن تحوي العمليّات الحسابيّة الأربع (الجمع، الطّرح، الضّرب، والقسمة)، بالإضافة إلى الأقواس والجذور.

خلال الحلّ أو التّبسيط، نقوم بالعمل حسب التّرتيب التّالي:

❶ نبسّط أوّلاً التّعابير الموجودة داخل الأقواس (نبدأ بالأقواس من الأصغر إلى الأكبر).
❷ نحسب القوى والجذور.
❸ نحسب الضّرب والقسمة.
❹ نحسب الجمع والطرح.

مثال

$$6\times1^4-3\times\left(4-2^2\right)^3=?$$

الحلّ

مرحلة 1: نبسّط التّعبير داخل الأقواس، في التّعبير نفسه، نبدأ بحساب القوّة، ثمّ ننفّذ عمليّة الطّرح:

$$2^2=4\ \rightarrow\ 4-2^2=4-4=0$$

من هنا، يُصبح التّعبير:

$$6\times1^4-3\times0^3=?$$

مرحلة 2: نقوم الآن بحساب القوى:

$$1^4=1\ ,\ \ 0^3=0$$

من هنا، يُصبح التّعبير:

$$6\times1-3\times0=?$$

مرحلة 3: نقوم الآن بحساب عمليّة الضّرب:

$$6\times1=6\ ,\ \ 3\times0=0$$

من هنا، يُصبح التّعبير:

$$6-0=?$$

المرحلة الأخيرة: نقوم بإجراء عمليّة الطّرح:

$$6-0=6$$

ترتيب تنفيذ العمليات الحسابية المختلفة – الأسئلة

① جد قيمة كلٍّ من التّعابير الرّياضيّة التّالية (مع الأخذ بعين الاعتبار ترتيب تنفيذ العمليّات الحسابيّة المختلفة)

1. $27 \div 3^2 \times \left(1+5-2^2\right) =$

2. $36 \div \left[3^2 - 4\right]^3 = \ ?$

3. $7 \cdot [5-(4^2-14)^2] =$

4. $9+3\cdot[(11-8)^2-7] =$

5. $25+6\cdot[(21-22)^2+2] =$

6. $59-8\cdot[(14+2-15)^2+6] =$

7. $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right) \div \frac{7}{8} =$

8. $\frac{1}{6} \div \frac{2}{12} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$

9. $\left(\frac{11}{22}-\frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{4} \div \frac{1}{8} =$

10. $\left(\frac{15}{21}-\frac{3}{7}\right) \div \frac{1}{7} \times \frac{5}{9} =$

11. $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\div\frac{2}{8}-\frac{1}{5}=$

12. $\left(2^3-3^2\right)^0=$

13. $\left(2^4-15\right)^2=$

ترتيب تنفيذ العمليات الحسابية المختلفة – الحلول المفصلة

① جد قيمة كلٍّ من التّعابير الرّياضيّة التّالية (مع الأخذ بعين الاعتبار ترتيب تنفيذ العَمليّات الحسابيّة المختلفة)

1. $27\div 3^2\times\left(1+5-2^2\right)\rightarrow 27\div 3^2\times(1+5-4)\rightarrow 27\div 3^2\times 2\rightarrow 27\div 9\times 2\rightarrow 3\times 2\rightarrow 6$

2. $36\div\left[3^2-4\right]^3\rightarrow 36\div[9-4]^3\rightarrow 36\div 5^3\rightarrow 36\div 125\rightarrow \frac{36}{125}$

3. $7\times\left[5-\left(4^2-14\right)^2\right]\rightarrow 7\times\left[5-(16-14)^2\right]\rightarrow 7\times\left[5-2^2\right]\rightarrow 7\times[5-4]\rightarrow 7\times 1\rightarrow 7$

4. $9+3\times\left[(11-8)^2-7\right]\rightarrow 9+3\times\left[(3)^2-7\right]\rightarrow 9+3\times[9-7]\rightarrow 9+3\times 2\rightarrow 9+6\rightarrow 15$

5. $25+6\times\left[(21-22)^2+2\right]\rightarrow 25+6\times\left[(-1)^2+2\right]\rightarrow 25+6\times[1+2]\rightarrow 25+6\times 3\rightarrow 25+18\rightarrow 43$

6. $59-8\times\left[(14+2-15)^2+6\right]\rightarrow 59-8\times\left[(1)^2+6\right]\rightarrow 59-8\times[1+6]\rightarrow 59-8\times 7\rightarrow 59-56\rightarrow 3$

7. $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)\div\frac{7}{8}\rightarrow\left(\frac{1\times 3}{4\times 3}+\frac{1\times 4}{3\times 4}\right)\times\frac{8}{7}\rightarrow\left(\frac{3}{12}+\frac{4}{12}\right)\times\frac{8}{7}\rightarrow\left(\frac{3+4}{12}\right)\times\frac{8}{7}\rightarrow\frac{7}{12}\times\frac{8}{7}$

$\frac{7}{12}\times\frac{8}{7}\rightarrow\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{12}}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}\rightarrow\frac{1}{3}\times\frac{2}{1}\rightarrow\frac{1\times 2}{3\times 1}\rightarrow\frac{2}{3}$

8. $\frac{1}{6}\div\frac{2}{12}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\ \Rightarrow\ \left(\frac{2}{12}=\frac{1}{6}\right)\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{6}\div\frac{2}{12}=1\right)\ \Rightarrow\ 1-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$

$1-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\rightarrow\frac{1\times 8}{1\times 8}-\frac{1\times 2}{4\times 2}+\frac{1\times 1}{8\times 1}\rightarrow\frac{8}{8}-\frac{2}{8}+\frac{1}{8}\rightarrow\frac{8-2+1}{8}\rightarrow\frac{7}{8}$

9. $\left(\frac{11}{22}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{4}\div\frac{1}{8} \;\Rightarrow\; \frac{11}{22}=\frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{4}\div\frac{1}{8}$

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\rightarrow\frac{1\times3}{2\times3}-\frac{1\times2}{3\times2}\rightarrow\frac{3}{6}-\frac{2}{6}\rightarrow\frac{3-2}{6}\rightarrow\frac{1}{6} \;\Rightarrow\; \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{4}\div\frac{1}{8}\rightarrow\frac{1}{6}\times\frac{3}{4}\div\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{6}\times\frac{3}{4}\div\frac{1}{8}\;\rightarrow\frac{1}{\underset{2}{\cancel{6}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{1}\rightarrow\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\times\frac{1}{1}\times\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{1}\rightarrow1$$

---

10. $\left(\frac{15}{21}-\frac{3}{7}\right)\div\frac{1}{7}\times\frac{5}{9} \;\Rightarrow\; \frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{7}{\cancel{21}}}-\frac{3}{7}\rightarrow\frac{5}{7}-\frac{3}{7}\rightarrow\frac{2}{7} \;\Rightarrow\; \frac{2}{7}\div\frac{1}{7}\times\frac{5}{9}$

$$\frac{2}{7}\div\frac{1}{7}\times\frac{5}{9}\rightarrow\frac{2}{\underset{1}{\cancel{7}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{1}\times\frac{5}{9}\rightarrow\frac{2}{1}\times\frac{1}{1}\times\frac{5}{9}\rightarrow\frac{2\times5}{9}\rightarrow\frac{10}{9}$$

---

11. $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\div\frac{2}{8}-\frac{1}{5}\;\rightarrow\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\div\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{4}{\cancel{8}}}-\frac{1}{5}\rightarrow\frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\times\frac{1}{2}\times\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{1}-\frac{1}{5}\rightarrow\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\rightarrow\frac{5}{10}-\frac{2}{10}\rightarrow\frac{3}{10}$

---

12. $\left(2^3-3^2\right)^0\rightarrow\left(9-8\right)^0\rightarrow1^0\rightarrow1$

---

13. $\left(2^4-15\right)^2\rightarrow\left(16-15\right)^2\rightarrow1^2\rightarrow1$
